ثانياً :

(حلول أنظمة المعادلات)

جبرياً :- ايجاد قيم المتغيرات (x,y) التي تحقق معادلتين أو اكثر في نفس الوقت .

بيانياً : إيجاد نقاط التقاطع للمستقيمات والمنحنيات حيث انها تمثل حلول النظام .

ملاحظة : نستبعد غالباً الحل بطريقة التمثيل البياني لعدم دقة الاجابات فيها واعتماد طريقة الحل الجبري (الحذف أو التعويض) .

سؤال مفتوح كم عدد حلول المعادلة ؟!!

$$y = 5x + 3$$

الهدف من حل نظام المعادلات هو الوصول الى معادلة واحدة بمتغير واحد ثم نقوم بحلها بالطرق التي تعلمناها سابقاً .

سؤال ١ حل نظام المعادلات (كلاهما خطي)

$$3y = 6x + 1$$

$$y - x - \frac{1}{3} = 0$$

(*) طريقة الحذف

① نرتب المعادلات بشكل رأسي مع مراعاة تطابق صورة المعادلات .

مثال على الترتيب

$$ay = bx + c$$

$$ny = mx + c$$

حيث a, b, n, m, c ثوابت

② نساوي معامل أحد المتغيرات في كلا المعادلتين بالضرب والقسمة

$$3y = 6x + 1$$

$$3 * [\ y = x + \frac{1}{3}\ ]$$

$$3y = 6x + 1$$

$$3y = 3x + 1$$

③ نجمع أو نطرح ايهما يحذف المتغير .

$$3y = 6x + 1$$

$$-3y = -3x - 1$$

$$0 = 3x$$

$$\boxed{x = 0}$$

④ نعوض قيمة المجهول بأحد المعادلات (نختار أسهلها)

$y = x + \frac{1}{3}$ $\boxed{x=0}$

$y = 0 + \frac{1}{3}$

$\boxed{y = \frac{1}{3}}$

← حل النظام $\boxed{y=\frac{1}{3}}$ $\boxed{x=0}$

← حل النظام $(0, \frac{1}{3})$

(سيتم توضيح التمثيل البياني للمسألة في الدرس القادم)

(*) طريقة التعويض

1) نجعل احد المتغيرات (أو كلاهما) موضوعاً للقانون

$3y = 6x + 1$

$y = x + \frac{1}{3}$

2) نعوض قيمة (y) التي جعلناها موضوعاً للقانون في المعادلة الثانية.

$3(\text{قيمة } y) = 6x + 1$

$3(x + \frac{1}{3}) = 6x + 1$

$3x + 1 = 6x + 1$

$0 = 3x$

$\boxed{x=0}$

3) نعوض قيمة المتغير في احد المعادلات

$y = x + \frac{1}{3}$

$y = (0) + \frac{1}{3}$ $\boxed{y = \frac{1}{3}}$

ملاحظة: عند تمثيل المعادلتين بيانياً تكون نقطة تقاطع المستقيمات كذلك عند النقطة $(0, \frac{1}{3})$

سؤال 2 حل نظام المعادلات

$x - y = 1$

$x^2 + y^2 = 5$

ملاحظة: عندما تكون أحد المعادلات خطية والأخرى تربيعية نعوض الخطية في التربيعية.

(سيتم توضيح التمثيل البياني للمسألة في الدرس القادم)

سؤال 3 حل نظام المعادلات

$y = x^2 + 4x - 3$

$y = -x^2 + 2x - 3$

ملاحظة: عندما تكون ~~احدى المعادلات خطية~~ كلا المعادلتين تربيعية ~~والأخرى تربيعية~~ فاننا نستخدم الحذف او التعويض أيهما أسهل.

ثالثاً: المعادلات الأسية

قواعد التعامل مع الأسس } حيث $\{ x \neq 0$ ، $y \neq 0$

$\boxed{1}$ $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$

$\boxed{2}$ $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$

$\boxed{3}$ توزيع وسحب القوة عند الضرب والقسمة

$(x \cdot y)^a \Leftrightarrow x^a y^a$ $\qquad$ $\left(\frac{x}{y}\right)^b = \frac{x^b}{y^b}$

$\boxed{4}$ الأس المرفوع لأس (يُضرب)

$(x^a)^b = x^{ab}$

$\boxed{5}$ الأس السالب (يُقلب)

$x^{-a} = \frac{1}{x^a}$ ، $\frac{1}{x^{-b}} = x^b$

$\boxed{6}$ الأس (Zero)

$x^0 = 1$ ، $x \neq 0$

$\boxed{7}$ الاس الكسري أصله جذر

المقام للجذر

البسط للمجذور.

$\sqrt[a]{x^b} = (\sqrt[a]{x})^b = x^{\frac{b}{a}}$

مسائل على قواعد وقوانين الأسس $\Leftarrow$

سؤال جد المقادير التالية بأبسط صورة :-

د سيتم توضيح التمثيل البياني للنظام في برنامج القام)

حل المعادلات الأسية .

قوة = قوة

الأساس = الأساس

الوصول إلى صورة

مثال ... $x^{y} = x^{3}$

بما أن الأساس = الأساس فإن القوة = القوة

$\boxed{y = 3}$

سؤال حل المعادلات الأسية الآتية ..

$\boxed{1}$ $64 = (32)^{3-x}$

$\boxed{2}$ $\left(\frac{11}{\sqrt{11}}\right)^{3x+1} = (11)^{x+7}$

$\boxed{3}$ $64^{7x+1} = \frac{2}{16^{4x-3}}$

$\boxed{1}$ $27^{\frac{1}{3}}$

$\boxed{2}$ $4^{\frac{3}{2}}$

$\boxed{3}$ $(81)^{-\frac{5}{4}}$

$\boxed{4}$ $(-8)^{\frac{7}{3}}$

$\boxed{5}$ $y^{-\frac{5}{2}} \times y^{\frac{3}{2}}$

$\boxed{6}$ $\left(x^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$

7 $\frac{z^{\frac{7}{8}}}{z^{\frac{1}{8}}}$

$\boxed{8}$ $\frac{\sqrt[5]{x^{2}}}{\sqrt[5]{x^{3}}}$

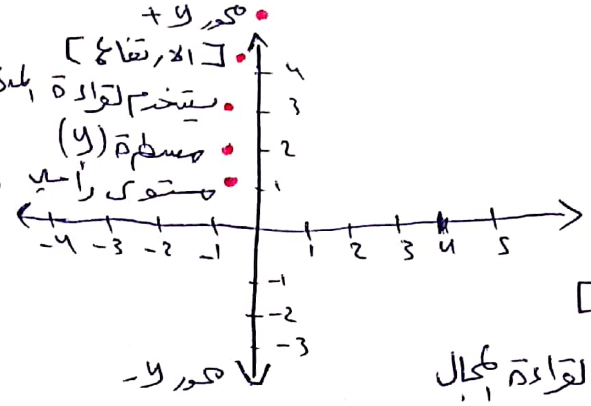
$\boxed{9}$ $\frac{(5x^{3})^{2} \times y^{\frac{3}{2}} z}{15 x^{\frac{1}{2}} y z^{-2}}$

((تابع الحلول في صفحتنا سيتم على اليوتيوب - منصة مستر تيشر))

③ المستوى الإحداثي والتمثيل البياني

أولاً : ما هو المستوى الإحداثي / الديكارتي / البياني؟

• محور +y
• [الارتفاع]
• يستخدم لقراءة الطول
• مسطرة (y)
• مستوى رأسي



• [موقع]
• يستخدم لقراءة المجال
• مسطرة (x)
• مستوى افقي

* محور +y :

+x :

كيف نمثل النقاط الإحداثية عليه؟

(2,3)   (0,0)   (-3,4)

(1,-2)   (-2,-1)

* ماذا يعني (x=a) المستقيم ⟸ ارسم عمود عند $\boxed{x=a}$

مثال: مثل بيانياً $x=0.5$ $x=1$ $x=-2$

* ماذا يعني (y=b) المستقيم ⟸ ارسم طابق عند $\boxed{y=b}$

مثال: مثل بيانياً $y=2.5$ $y=-2$

* تمثيل المستقيمات بيانياً:

مثل (المستقيم/المعادلة) الآتية بيانياً:

$$y+2x=1$$

١) نجعل (y) موضوعاً للقانون ونفرض (3) قيم للمتغير (x).

$$y=1-2x$$

ملاحظة للتصميم:
معلومات محور y وهناك معلومات محور x ضرورة كتابتها بشكل واضح وليس داخل المستوى البياني. وتوضيح المستوى البياني لأن الأسئلة المطلوبة ستحل داخله.

$x=-1$
$x=0$
$x=1$

$y=1-2(-1)=3$
$(-1,3)$

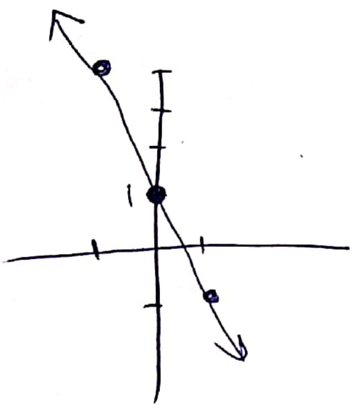
$y=1-2(0)=$
$(0,1)$

$y=1-2(1)$
$(1,-1)$

٢) نعوض قيم (x) في المعادلة لنجد الإحداثيات (x,y)

(الخطوة ثم الحل)

٣) نحدد النقاط على المستوى البياني ونصل بينها بخط مستقيم



* التمثيل البياني لأنظمة المعادلات الواردة في الدوسية ص......

1. $3y = 6x + 1$

$$y - x - \frac{1}{3} = 0$$

ارفاق صورة رقم (1)

2. $x - y = 1$

$$x^2 + y^2 = 5$$

ارفاق صورة رقم (2)

3. $y = x^2 + 4x - 3$

$$y = -x^2 + 2x - 3$$

ارفاق صورة رقم (3)

توضيحات هامة :-

1. لكل معادلة تمثيل بياني خاص بها.
2. لا نعتمد على ~~[illegible]~~ الرسم اليدوي في حل الأنظمة ~~[illegible]~~ لعدم دقة الاجابات الناتجة (التقاطعات).
3. نقاط تقاطع المنحنيات والمستقيمات هي حلول النظام، ~~[illegible]~~ ~~المعادلتين معاً~~ والاحداثيات (x, y) هي القيم التي تحقق المعادلتين معاً.

مفهوم يقطع (المنحنى/المستقيم) محور x

ليصبح ارتفاعه عند تلك النقطة صفراً

$\boxed{y=0}$

ويقطع (المنحنى/المستقيم) محور y

ليكون عند الموقع $\boxed{x=0}$ بغض النظر عن الارتفاع.

⇐ معلومة $\boxed{y=0}$ أو $\boxed{x=0}$ هي مفتاح للبداية بالحل.

مثال

~~جد مقطع~~

جد مقطع (المنحنى/المستقيم) لمحور (x) ومحور (y)

للمعادلات التالية: * مفهوم المقطع بيانياً.

1. $5x+2y=4$

مقطع (y) $(0, \;)$ | مقطع (x) $(\;, 0)$

2. $3x^2-2y=4$

مقطع (y) $(0, \;)$ | مقطع (x) $(\;, 0)$

3. $y=x^2-5x-6$

مقطع (y) $(0, \;)$ | مقطع (x) $(\;, 0)$

4. $x^2+y^2=5$

مقطع (y) $(0, \;)$ | مقطع (x) $(\;, 0)$

مفهوم هل يلزمني كتابة معادلة مستقيم؟

المستقيم قد يوصف:

(مماس، عمودي، خط رأسي، خط أفقي

قاطع، منصف عمودي، مستقيم)

~~المعادلة~~ الصيغة العامة لمعادلة المستقيم

$$y-y_0=m(x-x_0)$$

* ~~ماذا ينقص~~

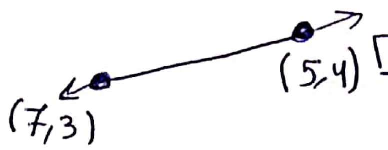
* ماذا ينقص معادلة المستقيم حتى تتحقق؟!

(x_0, y_0) النقطة يمر بها المستقيم

m: ميل المستقيم والذي نحتاج نقطتين حتى نستطيع ايجاد على المستقيم

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

سؤال جد ميل المستقيمات الآتية.

1. 

2. مستقيم يمر بنقطة الأصل والنقطة $(2,3)$

3. مستقيم ~~[crossed]~~ يقطع محور x عند (2) ويقطع محور y عند -3

$\overline{AB}$ مثال ~~جد معادلة منصف العمودي للقطعة المستقيمة~~

~~حيث $A(1,3)$ ، $B(7,7)$.~~

تذكر : لإيجاد احداثيات منتصف قطعة مستقيمة

$$\left(\frac{\sum x \text{ (الأطراف)}}{2} , \frac{\sum y \text{ (الأطراف)}}{2} \right)$$

حيث $\overline{AB}$ القطعة المستقيمة

$$\left(\frac{1+7}{2} , \frac{3+7}{2} \right) \Rightarrow (4,5)$$
$x_0 \quad y_0$

تذكر : استطيع الوصول الى ميل مستقيم متعامد على مستقيم آخر ($\perp$) من خلال ميل المستقيم الأساسي.

$$m\perp = \frac{-1}{m} \quad \text{(معكوس مقلوب)}$$

مثال جد الميل العمودي ($m\perp$) للمستقيمات التالية :

1. $m_{AB} = 3$ $\qquad m\perp =$
2. $m_{pq} = \frac{3}{2}$ $\qquad m\perp =$
3. $m_{yz} = -1$ $\qquad m\perp =$
4. $m_{op} = \frac{-1}{3}$ $\qquad m\perp =$

4 ، المستقيم $x = 3$

حيث $A(1,3)$ ، $B(7,7)$

5 ، المستقيم $y = 3$

اضافة مثال هنا
جد احداثيات منتصف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$

~~اكتب معادلة المستقيمات الآتية :~~

1. ~~فرع (1) السابق~~.

اكتب معادلات المستقيمات في الفروع $(1,2,3)$ السابقة

1. $y - y_0 = m(x - x_0)$

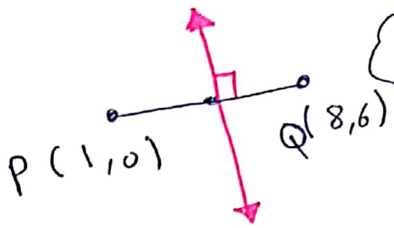
2. $y - y_0 = m(x - x_0)$

3. $y - y_0 = m(x - x_0)$

تدريب: جد معادلة المنصف العمودي للقطعة المستقيمة $\overline{PQ}$ حيث

$P(1,0) \quad Q(8,6)$

الحل



نحتاج ← ميل.
← نقطة.

$m_{\overline{PQ}} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$m_{\overline{PQ}} =$

$m_\perp =$

$(x_0, y_0) \Rightarrow \cancel{\left(\frac{+}{2}, \frac{+}{2}\right)}$

$\left(\frac{*}{2}, \frac{+}{2}\right)$

$(\quad , \quad)$

$y - y_0 = m_\perp (x - x_0)$

مهارات التفكير العليا

اذا كان الاقتران $y=ex^2-4x$ يقطع محور (x) عند النقاط P_1, P_2 فجد :

1) احداثيات النقاط P_1, P_2.

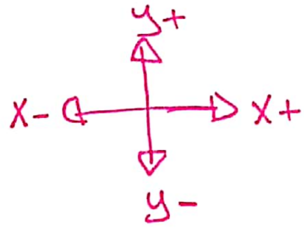
2) معادلة المماس عند النقاط P_1, P_2 علماً أنه المعادلة التي تعطي ميل المماس عند أي نقطة على المنحنى هي

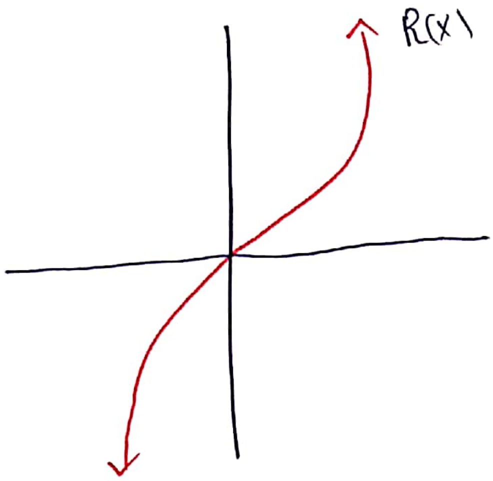
$m = 2ex - 4$.

الصفحة الانتقالية بين درس (المستوى الاحداثي)

ودرس الاقترانات (تداريب و ~~[illegible]~~ تمرين)

مؤشر هام





	المجال	المدى
R(X)		

عند قراءة أي منحنى نستطيع تحديد مجاله

عند طريق ~~[illegible]~~ متابعة مساره على محور X فقط

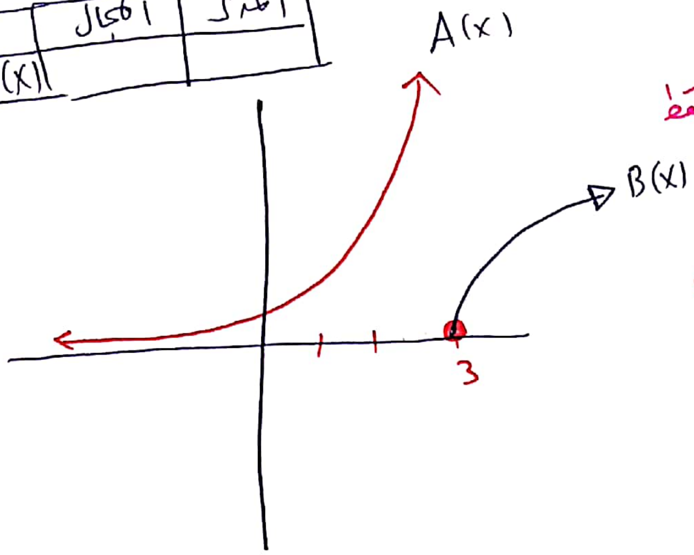
-X ⟷ X +

ونستطيع تحديد مداه عند طريق متابعة مساره

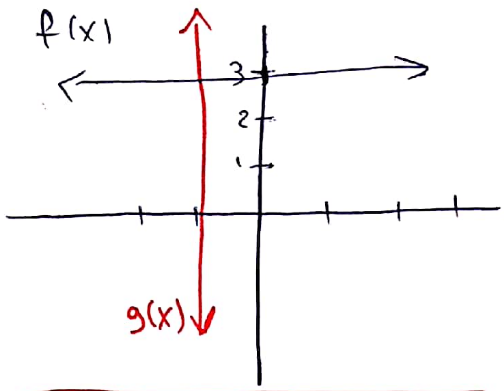
على محور y فقط

+y

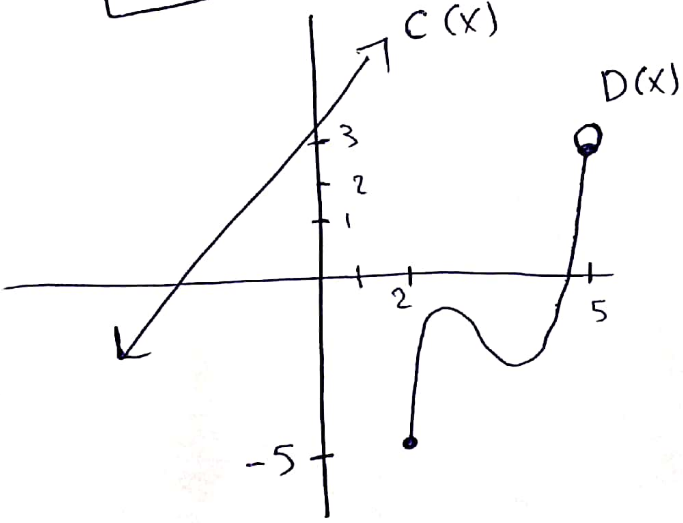
-y



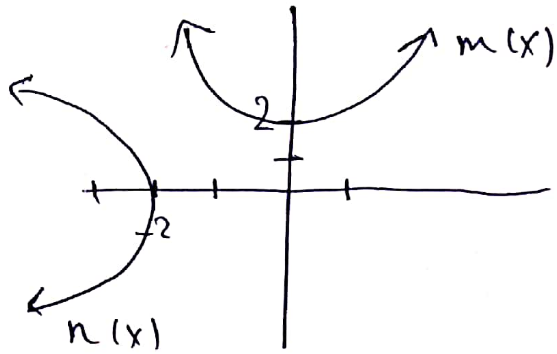
	المجال	المدى
A(X)		
B(x)		



	مجال	مدى
f(x)		
g(x)		



	المجال	المدى
C (X)		
D(X)		



	مجال	مدى
m(x)		
n(x)		